

# 《常微分方程》教学大纲

课程编码：1511101603

课程名称：常微分方程

学时/学分：54/3

先修课程：《数学分析》、《高等代数》、《普通物理》

适用专业：数学与应用数学

开课教研室：分析方程教研室

## 一、课程性质与任务

1. 课程性质：本课程是数学与应用数学专业的专业基础课，是所有数学与应用数学专业学生的必修课。

2. 课程任务：《常微分方程》是数学与应用数学专业的一门专业基础课,它是数学科学联系实际的主要桥梁之一。通过本课程的学习,使学生正确掌握常微分方程的各种基本概念和处理微分方程问题的思维方法,诸如定性和定量近似求解的思想。通过学习,使学生熟练掌握用来精确求解几类重要的常微分方程(组)的方法,包括各种初等解法和线性常系数方程(组)的解法,以及了解定性和稳定性的初步理论和方法。通过常微分方程的教学,使学生了解和掌握常微分方程这一学科的基本概念,理论,培养学生的理论思维能力,为从事数学学科的教学和研究打下一定的理论基础,同时它在训练学生分析问题和初步解决某些实际问题的能力方面起着显著作用。

## 二、课程教学基本要求

《常微分方程》是数学系的一门重要基础课,通常安排在二年级下学期进行,把学生前阶段学习的数学分析、高等代数、解析几何、普通物理等方面的知识首次较普遍、较深入地结合起来,用以初步解决数学理论和实际问题中出现的一批重要而基本的微分方程问题,同时在这个过程中自然地提出和建立起常微分方程本身的基础理论和基本方法,也为若干后继课程(如数理方程、微分几何、泛函分析等)作好准备。

成绩考核形式:末考成绩(闭卷考试)(70%) + 平时成绩(平时测验、作业、课堂提问、课堂讨论等)(30%)。成绩评定采用百分制,60分为及格。

## 三、课程教学内容

### 第一章 绪论

#### 1. 教学基本要求

让学生了解常微分的历史,以及它在生活实践中的应用;激发学生对本课程学习的兴趣。了解常微分方程中的基本概念,为后续学习打好基础。

## 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章的教学使学生初步掌握常微分方程产生于社会实践中,掌握常微分方程的线性、非线性,解、隐式解,通解、特解,积分曲线、方向场等基本概念.

## 3. 教学重点和难点

教学重点是常微分方程及其解的概念,能判断方程的阶数,线性与非线性.教学难点是常微分方程的隐式解,通解、特解,积分曲线、方向场等基本概念.

## 4. 教学内容

### 第一节 常微分方程模型

1. 一些物理背景和建立微分方程模型的基本方法

### 第二节 基本概念和常微分方程的发展历史

1. 常微分方程基本概念
2. 积分曲线和方向场的概念及几何解释
3. 常微分方程的发展史及课程在数学系的课程体系中的地位和作用

## 第二章 一阶微分方程的初等解法

### 1. 教学基本要求

本章讨论一阶方程  $F(x, y, y') = 0$  的若干类型的初等解法. 首先使学生掌握若方程能就  $y'$  解出, 即方程取形式  $y' = f(x, y)$  或  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ , 主要采用变量分离或全微分方程的方法. 使学生掌握若方程能就  $y$  (或  $x$ ) 解出, 把问题化成一阶微分方程去解. 使学生掌握在方程  $F(x, y, y') = 0$  缺少  $x$  或  $y$  的解法.

### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章学习, 使学生掌握一阶微分方程的初等解法, 包括变量分离法, 变量变换法, 常数变易法, 积分因子法等微分方程的初等解法, 并掌握一阶隐式微分方程的解法.

### 3. 教学重点和难点

教学重点是分离变量方程的解法; 一阶线性非齐次线性方程解法; 恰当方程的解法; 一阶隐方程的解法. 教学难点是用变量变换法求解一阶微分方程和积分因子的求解.

### 4. 教学内容

#### 第一节 变量分离方程与变量代换

1. 变量分离方程
2. 可化为变量分离方程的类型
3. 应用举例

#### 第二节 线性微分方程与常数变易法

#### 第三节 恰当微分方程与积分因子

1. 恰当微分方程
2. 积分因子

#### 第四节 一阶隐式微分方程与参数表示

1. 可以解出  $y$  (或  $x$ ) 的方程
2. 不显含  $y$  (或  $x$ ) 的方程

### 第三章 一阶微分方程的解的存在定理

#### 1. 教学基本要求

本章重点介绍和证明了解的存在唯一性定理和解的一些基本性质, 解的延拓定理及解对初值的连续性和可微性定理。

#### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章教学使学生理解解的存在唯一性定理, 解的延拓定理及解对初值的连续性和可微性定理, 掌握逐步逼近法。

#### 3. 教学重点和难点

教学重点是一阶常微分方程解的存在唯一性定理和逐步逼近法。教学的难点是解的存在唯一性定理的证明和应用逐步逼近法证明数学问题, 解对初值的连续性和可微性定理。

#### 4. 教学内容

##### 第一节 解的存在唯一性定理和逐步逼近法

1. 存在唯一性定理
2. 近似计算和误差估计

##### 第二节 解的延拓

##### 第三节 解对初值的连续性和可微性定理

1. 解对初值的对称性
2. 解对初值的连续依赖性
3. 解对初值的可微性

### 第四章 高阶微分方程

#### 1. 教学基本要求

理解高阶线性微分方程的一般理论,  $n$  阶齐次 (非齐次) 线性微分方程解的性质与结构, 熟练掌握  $n$  阶常系数齐次线性微分方程的待定指数函数解法。掌握  $n$  阶非齐次线性微分方程的常数变易法, 理解  $n$  阶常系数非齐次线性微分方程特解的待定系数法和 Laplace 变换法。熟练欧拉方程与高阶方程的降阶法和幂级数解法。掌握高阶方程的应用。

#### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章学习, 通过本章教学使学生理解高阶线性微分方程的一般理论, 能够求解高

阶常系数线性微分方程，掌握  $n$  阶非齐次线性微分方程的常数变易法， $n$  阶常系数非齐次线性微分方程特解的待定系数法和 Laplace 变换法，熟练高阶方程的降阶法和幂级数解法及高阶方程的应用。

### 3. 教学重点和难点

教学重点是常系数线性微分方程的解法。教学的难点是常系数齐次线性微分方程的求解以及非齐次常系数线性微分方程的求解，欧拉方程的求解。

### 4. 教学内容

#### 第一节 线性微分方程的一般理论

1. 引言
2. 齐次线性微分方程的解的性质与结构
3. 非齐次线性微分方程与常数变易法

#### 第二节 常系数线性微分方程的解法

1. 复值函数与复值解
2. 常系数齐次线性微分方程和欧拉方程
3. 非齐次线性微分方程. 比较系数法与拉普拉斯变换法
4. 质点振动

#### 第三节 高阶微分方程的降阶和幂级数解法

1. 可降阶的一些方程类型
2. 二阶线性微分方程的幂级数解法
3. 第二宇宙速度计算

## 第五章 线性微分方程组

### 1. 教学基本要求

理解线性微分方程组解的存在唯一性定理，掌握一阶齐（非齐）线性微分方程组解的性质与结构，理解  $n$  阶线性微分方程与一阶线性微分方程组的关系。掌握非齐次线性微分方程组的常数变易法，理解常系数齐线性微分方程组基解矩阵的概念，掌握求基解矩阵的方法。

### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章学习，通过本章教学使学生理解解的存在唯一性定理，理解线性微分方程组解的性质与结构，能够求解常系数线性微分方程组

### 3. 教学重点和难点

教学重点是求解常系数非齐次线性微分方程组。教学的难点是非齐次线性微分方程组的常数变易法，常系数齐线性微分方程组基解矩阵的解法。

### 4. 教学内容

## 第一节 存在惟一性定理

1. 记号和定义
2. 存在惟一性定理

## 第二节 线性微分方程组的一般理论

1. 齐次线性微分方程组
2. 非齐次线性微分方程组

## 第三节 常系数线性微分方程组

1. 矩阵指数  $\exp A$  的定义和性质
2. 基解矩阵的计算公式

## 四、学时分配

### 1. 讲授内容及学时分配

章序	内容	课时	备注
一	绪论	4	
二	一阶微分方程的初等解法	12	
三	一阶微分方程的解的存在定理	10	
四	高阶微分方程	14	
五	线性微分方程组	14	
合计		54	

## 五、主用教材及参考书：

### (一) 主用教材：

《常微分方程》(第三版) 主编：王高雄等 出版社：高等教育出版社 出版时间：2006年。

### (二) 参考书：

1. 《常微分方程》主编：东北师范大学数学系 出版社：高等教育出版社 出版时间：2005年。

2. 《常微分方程讲义》主编：丁同仁，李承治 出版社：高等教育出版社 出版时间：2002年。

3. 《常微分方程讲义》(第二版) 主编：叶彦谦 出版社：人民教育出版社 出版或修订时间 1979。

执笔：赵守娟

审定：张 秦 梁桂珍

