

《数学分析 I》教学大纲

课程编码: 1511100104

课程名称: 数学分析

学时/学分: 64/4

先修课程:

适用专业: 数学与应用数学专业

开课教研室: 分析与方程教研室

一、课程性质与任务

1. 课程性质:《数学分析 I》是数学与应用数学专业的一门重要的核心课程,以一元函数微分学为基本内容,是学生学习分析学系列课程及其后继课程的重要基础,也是高观点下深入理解中学教学内容的基础,在第 1 学期开设。

2. 课程任务:通过本课程的学习,使学生获得极限论、一元函数微分学等方面的系统知识,并在学习知识的过程中,使学生在逻辑推理能力、计算能力、应用与创新能力等方面受到严格的专业训练,逐步培养学生良好的数学素养。掌握一元函数微分学内容,为学习数学分析 II、数学分析 III、数学分析 IV 及分析学系列课程(复变函数、变实函数、微分方程、泛函分析等)及其后继课程打好基础,并自然地渗透对学生进行逻辑和数学抽象的特殊训练。

二、课程教学基本要求

通过本课程的讲授与作业使学生对极限思想有较深刻的认识,基本上掌握通过极限方法研究初等函数性质的技巧。正确理解数学分析的基本概念,熟悉基础理论,基本上掌握数学分析中的论证方法,获得熟练的演算技能,并具备初步的应用能力。

本课程的成绩考核形式:末考成绩(闭卷考试)(70%) + 平时成绩(平时测验、作业、课堂提问、课堂讨论等)(30%)。成绩评定采用百分制,60 分为及格。

三、课程教学内容

第一章 实数集与函数

1. 教学基本要求

- (1) 掌握无限集、有界集、无界集、邻域、确界的概念。
- (2) 理解实数的连续性、有序性、稠密性、阿基米德性质、实数对四则运算和正实数的开方运算的封闭性。
- (3) 掌握反函数的概念以及存在的必要条件与充分条件。
- (4) 逐步正确使用量词符号。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章学习,使学生掌握无限集、有界集、无界集、邻域、确界的概念。理解实数的性质以及确界原理。掌握初等绝对值不等式的证明技巧、能够证明简单函数的有界性、单调性、奇偶性与周期性、以及函数图象的平移、翻转、放缩叠加方法。

3. 教学重点和难点

教学重点是绝对值不等式的解法与证明,函数的各种性态,有界集,确界的概念及确界原理。教学难点是确界的概念及确界原理。

4. 教学内容

第一节 实数

1. 实数及其性质
2. 绝对值与不等式

第二节 确界原理

1. 区间与邻域
2. 有界集·确界原理

第三节 函数概念

1. 函数的定义
2. 函数的表示法
3. 函数的四则运算
4. 复合函数
5. 反函数
6. 初等函数

第四节 具有某些特性的函数

1. 有界函数
2. 单调函数
3. 奇函数和偶函数
4. 周期函数

第二章 数列极限

1. 教学基本要求

(1) 通过数列极限的教学将学生的认识领域从“有限”扩大到“无限”,逐步熟悉和理解极限方法。

(2) 深刻理解数列极限的 ε — N 定义,特别是 ε 的“任意”与“给定”的双重意义,以及 N 对 ε 的依赖性,但同时也须明确不是 ε 的函数。

(3) 理解无穷小数列的概念和它与极限间的关系,以及无穷大数列和无界数列的关系。

(4) 理解子序列的含义

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章学习,使学生掌握数列极限的 $\varepsilon-N$ 定义以及邻域定义,掌握用 $\varepsilon-N$ 定义证明有理式与简单无理式的极限。深刻理解单调有界定理,迫敛性定理,子序列定理,逐步掌握灵活使用这些定理的技巧。

3. 教学重点和难点

教学重点是数列极限的定义,验证数列的极限,求出定义中的 N 的表示;收敛的性质(唯一性、有界性、保号性、保不等式性、迫敛性及四则运算);数列极限的计算;单调有界定理、致密性定理、数列极限的柯西收敛准则,用子列刻画数列的收敛性。教学难点是用 $\varepsilon-N$ 定义证明有理式与简单无理式的极限,数列极限的柯西收敛准则。

4. 教学内容

第一节 数列极限的概念

1. 数列极限的 $\varepsilon-N$ 定义
2. 数列极限的邻域定义

第二节 收敛数列的性质

1. 收敛数列的唯一性、有界性、保号性、保不等式性、迫敛性
2. 数列极限的四则运算
3. 子列、收敛子列定理

第三节 数列极限存在的条件

1. 单调数列、单调有界定理
2. 柯西(Cauchy)收敛准则.
- 3.

第三章 函数极限

1. 教学基本要求

(1)深刻理解“ $\varepsilon-M$ ”与“ $\varepsilon-\delta$ ”的定义,基本思想与几何意义,理解 f 在 x_0 处的极限与 f 在 x_0 处取值情况的无关性。

(2)掌握在“ ∞ ”、“ $+\infty$ ”、“ $-\infty$ ”处极限的定义与无穷大极限的定义,并能熟练地使用“ $\varepsilon-X$ ”,“ $M-\delta$ ”等语言表述这些定义以及相应的逻辑非命题。

(3)深刻理解有关无穷小量的一系列概念,无穷小量,等价无穷小,同阶无穷小……等。

(4)深刻理解归结原理的含义,掌握其证明。

(5)深刻理解函数极限的柯西收敛准则,掌握其证明。

(6)熟练使用二个重要的极限计算某些不定型的极限。

(8)对比数列极限的性质,明确函数极限的某些性质的局部性。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章学习,使学生掌握 $x \rightarrow \infty$ 时函数的极限、 $x \rightarrow x_0$ 时函数的极限、无穷小量与无穷大量的定义;理解归结原理的含义,理解函数极限的柯西收敛准则,明确函数极限的某些性质的局部性;熟练使用二个重要的极限计算某些不定型的极限。

3. 教学重点和难点

教学重点是函数极限的定义,求函数极限;性质(唯一性,局部有界性,局部保号性、保不等式性等);归结原则,柯西准则;两个重要极限。教学难点是函数极限的局部性质,柯西准则。

4. 教学内容

第一节 函数极限的概念

1. $x \rightarrow \infty$ 时函数的极限
2. $x \rightarrow x_0$ 时函数的极限

第二节 函数极限的性质

1. 函数极限的唯一性、局部有界性、局部保号性、保不等式性、迫敛性
2. 函数极限的四则运算法则

第三节 函数极限存在的条件

1. 归结原则
2. 单侧极限存在定理
3. 函数极限的柯西准则

第四节 两个重要极限

1. 证明 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
2. 证明 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

第五节 无穷小量与无穷大量

1. 无穷小量
2. 无穷小量阶的比较
3. 无穷大量
4. 曲线的渐近线

第四章 函数的连续性

1. 教学基本要求

- (1) 牢固掌握函数在一点处连续的定义的二种形式。
- (2) 深刻理解单侧连续的定义及间断点的概念及其分类。
- (3) 深刻理解“一致连续”的概念,理解“连续”是微观概念;“一致连续”是宏观

概念；掌握闭区间上连续函数的基本性质。

(4) 了解初等函数在其定义区间内的连续性。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章学习，使学生掌握函数在一点处连续的定义、单侧连续的定义及间断点的概念、“一致连续”的概念；掌握闭区间上连续函数的基本性质；掌握一般连续的逻辑是非命题及其在具体问题中的应用。

3. 教学重点和难点

教学重点是连续性的概念，闭区间上连续函数的基本性质，一致连续性。教学难点是一致连续性。

4. 教学内容

第一节 连续性概念

1. 函数在一点的连续性
2. 间断点及其分类
3. 区间上的连续函数

第二节 连续函数的性质

1. 连续函数的局部性质
2. 闭区间上连续函数的基本性质
3. 反函数的连续性
4. 一致连续性

第三节 初等函数的连续性

1. 指数函数的连续性
2. 初等函数的连续性

第五章 导数和微分

1. 教学基本要求

- (1) 深刻理解导数的定义与几何意义。
- (2) 深刻理解微分的定义与几何解释；以及一阶微分形式不变性的确切含义。
- (3) 熟练掌握求导，求微分的方法。
- (4) 掌握用单侧导数的定义求出函数在一些特殊点处的导数，掌握说明函数在该点的导数不存在的方法。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章学习，使学生掌握导数的定义、微分的定义；理解一阶微分形式不变性的确切含义；掌握求导，求微分的方法。

3. 教学重点和难点

教学重点是导数的定义与几何意义；求导法则；参变量函数的导数；高阶导数；微分。
教学难点是反函数的导数；复合函数的导数；参变量函数的导数；高阶导数；微分在近似计算中的应用。

4. 教学内容

第一节 导数的概念

1. 导数的定义
2. 导函数
3. 导数的几何意义

第二节 求导法则

1. 导数的四则运算
2. 反函数的导数
3. 复合函数的导数
4. 基本求导法则与公式

第三节 参变量函数的导数

1. 在 t_0 处的导数
2. 参变量函数的导数
3. 向径与切线夹角的正切

第四节 高阶导数

1. 高阶导数的定义
2. 莱布尼兹公式
3. 参变量函数的二阶导数

第五节 微分

1. 微分的概念
2. 微分的运算法则
3. 高阶微分
4. 微分在近似计算中的应用

四、学时分配

1. 讲授内容及学时分配

章序	内容	课时	备注
一	实数与函数	8	
二	数列极限	10	
三	函数极限	12	
四	函数的连续性	10	

五	导数和微分	12	
合计		52	

2. 实践内容及学时分配

序号	项目名称	内容提要	学时	必/选开
1	实数与函数习题课	1. 绝对值不等式的解法与证明 2. 证明简单函数的有界性、单调性 3. 函数图象的平移、翻转、放缩叠加方法	2	必开
2	数列极限习题课	1. 按 $\varepsilon - N$ 定义验证数列极限 2. 求有理式与简单无理式的极限 3. 应用柯西收敛准则判断数列的敛散性	3	必开
3	函数极限习题课	1. 按定义验证函数极限 2. 求函数极限 3. 使用二个重要极限计算某些不定型的极限。 4. 叙述函数极限的归结原则与柯西准则	2	必开
4	函数的连续性习题课	1. 指出函数的间断点及其类型 2. 证明函数在某区间上的一致连续性	3	必开
5	导数和微分习题课	1. 求反函数的导数、复合函数的导数、参变量函数的导数、高阶导数； 2. 求函数微分，利用微分求近似值	2	必开
合计			12	

五、主用教材及参考书

(一) 主用教材：

《数学分析》(第四版)上册 主编：华东师范大学数学系 出版社：高等教育出版社 出版时间：2010年。

(二) 参考书：

1. 《数学分析》(第二版) 主编：陈传璋，金福临，朱学炎，欧阳光中 出版社：高等教育出版社 出版时间：2002年。

2. 《数学分析》(第一版) 主编：陈纪修，於崇华，金路著 出版社：高等教育出版社 出版时间：2002年。

3. 《数学分析中的典型问题与方法》 主编：裴礼文 出版社：高等教育出版社 出版时间：2006年。

执笔：雷轶菊

审定：张 秦 梁桂珍