

# 《现代数学与中学数学》教学大纲

**课程编号：**1511102702

**课程名称：**现代数学与中学数学

**学时/学分：**32/2

**适用对象：**数学与应用数学专业

**先修课程：**《数学分析》、《高等代数》、《高等几何》、《概率统计》等

**开课教研室：**课程论教研室

## 一、课程性质与任务

1. 课程性质：《现代数学与中学数学》是数学与应用数学专业的数学教育类课程的后继选修课之一，它是在本专业学生已修读的数学课程基础上，进一步研究高等数学与中学数学的联系的一门课程。本课程在高、初等数学之间起到了承上启下的“桥梁”作用，它不仅与数学分析、高等代数、近世代数和概率统计等数学课程有密切联系，而且还包含了一些不属于本专业其它课程、但已列入中学数学新课程标准的部分内容，以满足当前中学数学新课程和高师数学教学改革的要求。

2. 课程任务：本课程兼具基础性和应用性特征，课程任务是在现代数学观点的指导下，沟通现代数学与中学数学的联系，使学生能够将现代数学的思想和方法渗透到中学数学，居高临下地把握中学数学的知识内容及其结构体系，激发学生对高等数学和中学数学的学习兴趣，扩大视野和知识面，为学生将来进行中学数学教学和研究奠定基础。

## 二、课程教学基本要求

通过该课程的学习，要求学生理解现代数学的思想和方法是如何渗透到中学数学中去的；并能用具体材料来说明高等数学对中学数学的指导意义；而且还能指出中学数学中某些难以处理的问题的高等数学背景。从而能居高临下、深入浅出地理解和处理中学数学主用教材和教法。主要教学环节包括课堂讲授、专题研讨、小组讨论等。其中以课堂讲授和专题研讨为主，研制电子教案和多媒体幻灯片以及 CAI 课件，在教学方法和手段上采用现代教育技术。

成绩考核形式：期终成绩（考查）（70%）+平时成绩（平时测验、作业、课堂提问、课堂讨论等）（30%）。成绩评定采用百分制，60分为及格。

## 三、课程教学内容

### 第一章 绪论

#### 1. 教学基本要求

明确本课程性质要求，了解本课程的研究方法，对中学数学教学改革的新要求有明确认

识。

## 2. 要求学生掌握的基本概念、理论

通过本章学习，了解现代数学及其特点，了解沟通高等数学与中学数学的途径与方法。

## 3. 教学重点和难点

重点：中学数学教学改革的新要求。

## 4. 教学内容

第一节 现代数学及其特点

第二节 了解中学数学教学改革的新要求

第三节 了解沟通高等数学与中学数学的途径与方法

# 第二章 集合与映射

## 1. 教学基本要求

了解集合论简史，理解集合和映射的意义，掌握集合论的方法和语言，并会用集合论的观点来看中学数学。

## 2. 要求学生掌握的基本概念、理论

通过本章学习，理解掌握朴素集合论和公理集合论，抽屉原理，容斥原理。

## 3. 教学重点和难点

重点：集合论的方法和语言，并会用集合论的观点来看中学数学。

难点：公理集合论。

## 4. 教学内容

### 第一节 集合和集合论

1. 朴素集合论

2. 公理集合论

### 第二节 关系和映射集合论简史

1. 等价关系

2. 序和序集

3. 映射和函数

### 第三节 从集合论观点看中学数学

1. 中学数学里的关系

2. 中学数学涉及的映射类型

3. 中学数学中的某些概念

# 第三章 代数

## 1. 教学基本要求

理解代数运算的一般概念，了解与中学数学有关的代数系统，掌握数学归纳法的理论依据。

## 2. 要求学生掌握的基本概念、理论

通过本章学习，理解代数运算的一般概念，掌握最小数原理与皮亚诺公理。

## 3. 教学重点和难点

重点：与中学数学有关的代数系统；数学归纳法的理论依据。

难点：数学归纳法的理论依据。

## 4. 教学内容

### 第一节 代数运算

1. 从数的运算到非数的运算
2. 运算律
3. 逆运算

### 第二节 与中学数学有关的代数系统

1. 关于数的代数系统
2. 多项式环
3. 有理分式域
4. 二维和三维向量空间

### 第三节 归纳原理和数学归纳法

1. 数学归纳法的理论依据
2. 数学归纳法在应用中需注意的问题
3. 递归函数
4. 递归命题

## 第四章 数系

### 1. 教学基本要求

了解数系扩充的原则和一般方法以及数系的几次严格逻辑意义上的扩充，理解代数数、超越数的概念，了解几何作图三大问题。

### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论

通过本章学习，掌握数系扩充的原则和一般方法，理解代数数、超越数的概念。

### 3. 教学重点和难点

重点：用严格的逻辑程序来完成的数系的几次扩充；代数数、超越数的概念。

难点：实数的扩充，代数数、超越数概念的理解。

### 4. 教学内容

#### 第一节 自然数和数的扩充

1. 数的两种扩充
2. 自然数集的一半构造
3. 数系扩充原则和方法

## 第二节 整数环和有理数域

4. 整数和整数环
5. 整数环的性质
6. 有理数域

## 第三节 实数域和复数域

1. 实数和实数域
2. 复数域

## 第四节 代数数超越数和作图不能问题

1. 代数数超越数
2. 几何作图不能问题
3. 几何作图三大难题的解答

# 第五章 实值函数

## 1. 教学基本要求

从实值函数角度对数列、线性递归数列进一步深化理解，从函数方程的角度考察初等函数满足的条件，掌握函数在市场经济中初步应用。

## 2. 要求学生掌握的基本概念、理论

通过本章学习，掌握实值函数、数列、高阶等差数列、线性递归数列、初等函数，函数方程的概念，掌握求给定数列通项和求和的方法，了解基本初等函数满足的函数方程条件。

## 3. 教学重点和难点

重点：求通项、求和等方法；初等函数的函数方程求法。

难点：求给定数列通项和求和的方法，初等函数满足的函数方程条件。

## 4. 教学内容

### 第一节 数列

1. 数列
2. 高阶等差数列
3. 线性递归数列

### 第二节 基本初等函数和函数方程

1. 初等函数及其分类
2. 基本初等函数
3. 初等超越函数

4. 函数方程的常用解法
5. 函数迭代与不动点

### 第三节 分段函数及周期函数

1. 周期函数及其性质
2. 连续周期函数的和与积
3. 分段函数

### 第四节 市场经济中应用的几个实例

1. 利息、年金和投资决策
2. 经济关系数学模型举例
3. 边际函数
4. 弹性

## 第六章 不等式

### 1. 教学基本要求

会从集合论的观点看不等式；掌握几个常见不等式及其证明以及线性不等式组在线性规划中的应用。

### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论

通过本章学习，理解排序不等式、柯西不等式、琴生不等式的证明，掌握证明不等式的函数方法。

### 3. 教学重点和难点

重点：几个常见不等式及其证明；线性不等式组在线性规划中的应用。

难点：证明不等式的函数方法。

### 4. 教学内容

#### 第一节 从集合论的观点看不等式

1. 等式和不等式
2. 绝对不等式和条件不等式
3. 不等式的证明
4. 对称不等式和轮换不等式不等式的推广和改进

#### 第二节 证明不等式的函数方法

1. 凸函数
2. 琴生不等式及其应用
3. 利用函数证明不等式的其他方法

#### 第三节 线性不等式组和线性规划

1. 线性不等式和线性不等式组的几何意义

2. 线性规划的提法和意义

3. 线性规划应用举例

## 第七章 几何

### 1. 教学基本要求

理解非欧几何与欧式几何的统一性并能从测度的观点看中学几何中的长度、面积和体积，有向面积和有向体积的计算。

### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论

通过本章学习，了解非欧几何与欧式几何体系。

### 3. 教学重点和难点

重点：理解非欧几何与欧式几何的统一性，有向面积和有向体积的计算。

难点：有向面积和有向体积的计算。

### 4. 教学内容

#### 第一节 欧氏几何与非欧几何

1. 从经验几何到演绎几何
2. 从欧氏几何到非欧氏几何
3. Klein 的几何统一观
4. 微分几何学

#### 第二节 中学几何的几个问题

1. 长度、面积、体积
2. 有向面积和有向体积
3. 向量代数在几何解题中的应用
4. 长度、面积、体积
5. 有向面积和有向体积
6. 向量代数在几何解题中的应用

## 四、学时分配

章节	内 容	课时	备注
一	绪论	2	
二	集合与映射	6	
三	代数	6	
四	数系	6	
五	实值函数	6	
六	不等式	4	
七	几何	2	

合计	32	
----	----	--

## 五、主用教材及参考书

### (一) 主用教材:

《现代数学观点下的中学数学》 主编: 胡炳生等 出版社: 高等教育出版社 出版时间: 2000.5。

### (二) 参考书:

1. 《中学数学现代基础》 主编: 唐复苏、鲍建生 出版社: 人民教育出版社 出版时间: 2001年1月1日。

2. 《现代数学与中学数学》 主编: 张奠宙、邹一心 出版社: 华东师范大学出版社 出版时间: 1996年2月。

3. 《高观点下的初等数学》 主编: F 克莱因 出版社: 复旦大学出版社 出版时间: 2008年9月。

执笔: 皮 磊

审定: 成继红 梁桂珍